

Iberoamerican Webminar of Young Researchers in Singularity Theory and related topics

Madrid, 2020-2021



Sesión especial de doctorandos IberoSing

Organización:

Patricio ALMIRÓN CUADROS
Pablo PORTILLA CUADRADO
Juan VIU SOS

Entidad organizadora:

Instituto de Matemática
Interdisciplinar (IMI)



Instituto de
Matemática
Interdisciplinar

Índice

Pedro Gonzalez Pérez	2
Resolving singularities of curves with one toric morphism	2
Elvira Pérez Callejo	3
Necessary conditions for algebraic integrability of plane foliations	3
Abraham Del Valle Rodríguez	4
El teorema de comparación logarítmica y la propiedad de Euler-homogeneidad	4
Adrien Rodau	5
A Slope invariant and the A-polynomial of knots	5
Carlos Alquézar Baeta	6
Effective computation of the rational homotopy type of a topological space via its Sullivan model	6
Roberto Giménez Conejero	7
Hazañas y enigmas de los gérmenes de aplicaciones holomorfas	7
Daniel Camazón Portela	8
Sequences of point blow-ups from a combinatorial point of view	8
Christian Muñoz Cabello	9
Singularities of frontals	9
Helena Martín Cruz	10
Búsqueda de códigos óptimos localmente recuperables	10
Carlos Jesús Moreno Ávila	11
Non-positive at infinity valuations of Hirzebruch surfaces and Seshadri-type constants	11
Nacho Brea Ribes	12
Aumentaciones de Singularidades	12
Marta Aldasoro	13
Geometría biracional de superficies: Minimal Model Program	13
Javier de la Bodega	14
Introducción a la conjetura de la monodromía	14
Eduardo de Lorenzo	15
Lugares de contacto y monodromía de la fibra de Milnor	15
David Senovilla Sanz	16
Estudio de clases analíticas de gérmenes de curvas planas mediante el uso de bases standard	16

✚ Pedro Gonzalez Pérez ✚

(Universidad Complutense de Madrid)

“Resolving singularities of curves with one toric morphism”

Abstract (plenaria)

We give an explicit positive answer, in the case of curve singularities, to a question of B. Teissier about the existence of a toric embedded resolution after reembedding. In the particular case of a plane curve singularity C contained in a smooth surface S , such a reembedding may be defined in terms of a sequence of maximal contact curves of C . Then, we use properties of the semivaluation space of S at O to describe how the dual graph of the minimal embedded resolution of C may be seen on the local tropicalization of S associated to this reembedding.

This is a joint work with Ana Belén de Felipe y Hussein Mourtada.

✍ Elvira Pérez Callejo ✍

(Universitat Jaume I)

“Necessary conditions for algebraic integrability of plane foliations”

Abstract

We consider foliations \mathcal{F} with isolated singularities on \mathbb{C}^2 and determine some necessary conditions for \mathcal{F} to admit a rational first integral. These criteria are based on data obtained from the resolution of dicritical singularities of the extended foliation to a Hirzebruch surfaces.

This is a work in progress together with C. Galindo and F.Monserrat.

👉 Abraham Del Valle Rodríguez 👈

(Universidad de Sevilla)

“El teorema de comparación logarítmica y la propiedad de Euler-homogeneidad”

Abstract

Comenzaremos esta charla recordando un resultado muy bien conocido e influyente en teoría de singularidades en el último cuarto del siglo XX: el teorema de caracterización de Saito de las singularidades aisladas cuasihomogéneas. Posteriormente, introduciremos el concepto de divisor libre, la propiedad de Euler-homogeneidad y el teorema de comparación logarítmica (TCL) con el objetivo de exponer una conjetura planteada en 2001 en la que estamos trabajando actualmente: ¿Es cierto que todo divisor libre en el que se verifique el TCL ha de ser fuertemente Euler-homogéneo? Respuestas afirmativas se tienen para dimensión 2 y 3, pero aún se desconoce si es cierto para dimensiones superiores.

✉ Adrien Rodau ✉

(Université de Pau et des Pays de l'Adour)

“A Slope invariant and the A-polynomial of knots”

Abstract

We present a homological point of view on the logarithmic slope of the A-polynomial of knots related to the $SL_2(\mathbb{C})$ character variety. This defines a rational function on the $SL_2(\mathbb{C})$ character variety which unifies various known invariants related to the A-polynomial and the Reidemeister torsion. We also present a method to compute the slope in terms of Alexander matrices and Fox calculus.

👤 Carlos Alquézar Baeta 👤

(Universidad de Zaragoza)

“Effective computation of the rational homotopy type of a topological space via its Sullivan model”

📄 Abstract

The rational homotopy type of a space is a simplified version of the homotopy type where all homotopy groups are tensored by \mathbb{Q} . Despite the information lost, rational homotopy theory has the advantage of being remarkably computational. Due to Sullivan [1,2], it is known theoretically how to obtain the rational homotopy type of a topological space X via the construction of a commutative differential graded algebra, that is quasi-isomorphic to the normalized singular cochain algebra of X , $C^*(X)$. Here, we present a software for the computation of the rational homotopy type of a topological space given as a simplicial complex.

REFERENCES:

[1] Félix, Yves; Halperin, Stephen; Thomas, Jean-Claude, Rational Homotopy Theory, Springer Nature (2001)

[2] Griffiths, P. and Morgan J., Rational homotopy theory and differential forms, Progress in Mathematics vol. 16, Birkhäuser (2013).

👤 Roberto Giménez Conejero 👤

(Universitat de Valencia)

“Hazañas y enigmas de los gérmenes de aplicaciones holomorfas”

📖 Abstract (plenaria)

Estudiar aplicaciones entre *manifolds* es un tema de investigación con motivación propia, por ser algo fundamental y general. Además, una estructura analítica da a las aplicaciones propiedades muy interesantes, luego es una buena clase de aplicaciones por donde empezar. Por último, muchas veces se puede atacar un problema difícil con la filosofía del *divide y vencerás* y partir el problema en algunos más sencillos. Esto es lo que nos lleva a estudiar gérmenes de aplicaciones holomorfas.

Si el tiempo lo permite, en la charla veremos los conceptos básicos de la teoría; similitudes con otras teorías y desarrollos, como el caso real y global estudiado por Thom y Mather e hipersuperficies con singularidad aislada; mi campo de estudio, aplicaciones de \mathbb{C}^n en \mathbb{C}^p con $n < p$, y algunos teoremas muy fundamentales que he conseguido con mi director de tesis, J. J. Nuño-Ballesteros.

👤 Daniel Camazón Portela 👤

(Universidad de Valladolid)

“Sequences of point blow-ups from a combinatorial point of view”

📄 Abstract

Fixed a perfect field k , we will focus on the study of sequential morphisms, that is morphism which can be expressed, in at least one way, as a composition of a sequence of blow-ups of smooth d -dimensional projective varieties over K , with K and algebraic extension of k such that $K \subset \bar{k}$. The motivation is that this kind of morphisms play a central role on singularity theory due to the existence of embedded resolutions of singular projective varieties. More concretely, we are interested in finding the geometrical information encoded by the numerical data given by the multilinear intersection form on divisors with exceptional support. In order to consider different fields K , with $k \subset K \subset \bar{k}$, we will define the notion of compatible partition of the exceptional divisor E .

Our main tool will be the existence of regular and projective divisorial contractions under certain hypothesis. After defining combinatorial and algebraic equivalence for both sequences of point blow-ups and their associated sequential morphism, we will revisit the key concept of final divisor and characterize it by some numerical criteria.

👉 Christian Muñoz Cabello 👈

(Universitat de Valencia)

“Singularities of frontals”

📄 Abstract (online)

A smooth mapping $f: N^n \rightarrow Z^{n+1}$ is frontal if there exists a nowhere-vanishing 1-form ν on Z such that $f^*\nu = 0$. Since frontals can be obtained as Legendrian projections of parametrized Legendre submanifolds, the problem of classifying frontals is equivalent to that of classifying Legendre submanifolds under Legendre equivalence.

In this joint work with J.J. Nuño-Ballesteros and R. Oset-Sinha, we explore a more direct approach to the classification of frontals, based on the fact that the \mathcal{A} -orbit of any given frontal map is contained within the space of frontal maps. One of the consequences of this approach is that many of the classic results from Mather’s theory of \mathcal{A} -equivalence can be adapted to the frontal case.

👤 Helena Martín Cruz 👤

(Universitat Jaume I)

“Búsqueda de códigos óptimos localmente recuperables”

📄 Abstract

La información digital se transmite a través de un determinado canal tras un proceso previo de codificación y el empleo de un código. La forma que adopta la información para ello es una secuencia de símbolos pertenecientes a un conjunto (típicamente un cuerpo) finito. El código utilizado dependerá de las características del canal y de nuestros objetivos o necesidades como, por ejemplo, corregir los errores que puedan surgir en el mensaje transmitido como consecuencia de las alteraciones que este sufra a lo largo de su transmisión por el canal. Para resolver ese problema, surgen los llamados códigos correctores de errores, que posibilitan la recuperación de la información perdida a partir del resto de información gracias a las propiedades del código. Estos suelen ser códigos en bloque, es decir, cuyos elementos (palabras código) son todos de la misma longitud, con lo cual se pueden representar como vectores sobre el cuerpo utilizado.

Un caso particular de los códigos correctores de errores son los códigos localmente recuperables, que se caracterizan porque todo error en cualquier coordenada de una palabra código se puede recuperar a partir de un conjunto de otras coordenadas. Existen cotas de tipo Singleton que relacionan los parámetros de un código localmente recuperable. Los códigos que alcanzan esas cotas se dicen óptimos, y son de este tipo en los que basamos nuestra búsqueda.

En esta charla introduciremos las nociones anteriores y concretaremos los códigos que usamos, detallando el método de recuperación que utilizamos que los hacen ser localmente recuperables, y veremos algunos ejemplos sobre la búsqueda de optimalidad en este tipo concreto de códigos.

👉 Carlos Jesús Moreno Ávila 👈

(Universitat Jaume I)

“Non-positive at infinity valuations of Hirzebruch surfaces and Seshadri-type constants”

📄 Abstract (plenaria)

In this talk we consider plane divisorial valuations of Hirzebruch surfaces and introduce the concept of non-positivity at infinity. We see that the surfaces given by valuations of the last types have nice global and local geometric properties. Moreover, non-positive at infinity divisorial valuations are those divisorial valuations of Hirzebruch surfaces providing rational surfaces with minimal generated cone of curves. Finally, we compute the Seshadri-type constants for pairs formed by a big divisor and a divisorial valuation of a Hirzebruch surface and obtain the vertices of the Newton-Okounkov bodies of pairs as above under the non-positivity at infinity property.

This talk is based on a joint work with C. Galindo and F. Monserrat.

👉 Nacho Brea Ribes 👈
(Universitat de Valencia)

“Aumentaciones de Singularidades”

Abstract

El objetivo de esta charla es introducir el concepto de *aumentación* para gérmenes de singularidades. Veremos ejemplos y los resultados más importantes para identificar cuándo un germen es *aumentación*. Introduciremos la idea de simplicidad, y comentaremos la relación entre simplicidad y *aumentaciones*, con un enfoque hacia futuros resultados.

👉 Marta Aldasoro 👈

(BCAM)

“Geometría biracional de superficies: Minimal Model Program”

Abstract

El objetivo de esta charla es presentar el Minimal Model Program de superficies. La idea central del programa es simplificar la clasificación birracional de las variedades buscando, en cada clase de equivalencia birracional, una variedad que sea "lo más simple posible", y luego estudiar estas variedades. En el caso de las superficies, se trata de encontrar una variedad lisa para la que cualquier morfismo birracional a otra superficie lisa sea un isomorfismo. Para ello, desarrollaremos la siguiente idea: si tenemos una superficie proyectiva lisa que contiene una curva racional lisa con número de auto-intersección -1 , entonces se puede contraer a un punto y obtenemos otra variedad proyectiva lisa. Este procedimiento se repite hasta obtener el único "modelo mínimo". Hay también casos en los que el modelo no es único, pero daremos una descripción completa de los mismos.

👉 Javier de la Bodega 👈

(BCAM - KU Leuven)

“Introducción a la conjetura de la monodromía”

Abstract (online)

La conjetura de la monodromía es un misterioso problema enunciado por Jun-ichi Igusa en 1988 que aspira a conectar la teoría de números con la de singularidades. Es a su vez el principal problema abierto dentro del área de la integración motivica.

En esta charla se presentará el origen aritmético del problema, y se mostrará la complejidad del mismo a primera vista.

👉 Eduardo de Lorenzo 👈

(BCAM - KU Leuven)

“Lugares de contacto y monodromía de la fibra de Milnor”

📄 Abstract

Continuando la presentación de Javier de la Bodega, introducimos la función zeta motivica asociada a una función regular $f : X \rightarrow \mathbb{A}_k^1$, donde k es un subcuerpo de \mathbb{C} y X es una k -variedad. Para ello, describiremos brevemente la integración motivica “naïve”. Los coeficientes de esta función zeta son los *lugares de contacto de orden m* , $\mathcal{X}_m(f)$, y su cohomología está relacionada con la homología Floer de la monodromía de la fibra de Milnor de f .

👤 David Senovilla Sanz 👤

(Universidad de Cantabria)

“Estudio de clases analíticas de gérmenes de curvas planas mediante el uso de bases standard”

Abstract

En 2011, Hefez y Hernandez presentaron una solución al problema de clasificación de gérmenes de curvas planas irreducibles mediante la determinación de lo que denominaron forma normal de una curva. Esta forma normal depende del cálculo de la base standard del módulo de diferenciales de la curva. En esta charla se va a hablar del estudio de algunas propiedades combinatorias de las formas diferenciales pertenecientes a una base standard y propiedades geométricas desde el punto de vista de la teoría de foliaciones.